



- Utilice lenguaje y notación científica.
- Sea cuidadoso con el carácter escalar o vectorial de las magnitudes.
- Recuerde que para poder calificar el ejercicio es imprescindible que sea legible.
- Justifique las respuestas con precisión.

Teoría:

1. (3 puntos)

- a) Enuncie y explique el significado de las condiciones de unicidad de Dirichlet y de Neumann para el potencial electrostático.
- b) Justifique precisamente el fundamento del método de las imágenes eléctricas para resolver problemas de electrostática.

2. (4 puntos) La energía electrostática de un sistema aislado viene dada por la expresión

$$W_e = \frac{1}{2} \int_{V'} \rho(\vec{r}') \varphi(\vec{r}') dV'$$

donde ρ es la densidad de carga y φ el potencial electrostático

- a) (2 punto) Aplique dicha expresión para determinar la energía almacenada en un sistema aislado formado por una corteza esférica de radio interno a y radio externo $2a$ cargada con una densidad de carga $\rho(r) = K/r$, con K constante y r distancia al centro de la esfera. (Considere todo el sistema con permitividad ϵ_0)
- b) (1 punto) La fórmula anterior para la energía ¿es independiente de donde tomemos el origen de potencial y puede aplicarse a cualquier sistema en equilibrio electrostático? Justifique la respuesta.
- c) (1 punto) Determine la energía electrostática almacenada en el sistema a partir de los campos $\vec{E}$ y $\vec{D}$.

3. (3 puntos)

a) Explique el significado físico de los coeficientes de potencial de un sistema de conductores en estado de equilibrio electrostático, situados en el vacío y sin carga real en el espacio situado entre ellos.

b) Se afirma que estos coeficientes no dependen del estado de carga de los conductores sino exclusivamente de la geometría. Responda brevemente a las siguientes cuestiones:

- **b1)** El coeficiente de potencial p_{ij} depende de la geometría del conductor i y de la carga del j .

- **b2)** Se ha determinado el valor de todos los coeficientes de potencial de un sistema de tres conductores. Si cambiamos el tamaño del conductor 3 (manteniendo su forma geométrica), ¿qué coeficientes de potencial puedo asegurar que no cambian?

Problema:

4.- El sistema de la figura está formado por tres esferas, conductoras y concéntricas, y dos medios dieléctricos que rellenan el espacio existente entre ellas. La esfera maciza interna, de radio a , tiene una carga Q y la esfera intermedia, (de radio interno $2a$ y externo $3a$) tienen una carga $-3Q$. Finalmente la esfera externa, (de radio interno $4a$ y espesor a) se mantiene a un potencial V_0 conocido (origen de potencial en el infinito, $\phi(\infty) = 0$). El medio dieléctrico (1) tiene una permitividad $\varepsilon_1(r) = \varepsilon_0 \frac{8a^2}{r^2}$ y el dieléctrico (2)

$\varepsilon_2(r) = 4\varepsilon_0$. Determine:

a) (4 puntos) Distribuciones de campo y potencial electrostático en **todo** el espacio.

b) (3 puntos) Densidades de carga, tanto de volumen como de superficie, en todas las regiones donde existan. Indique para cada densidad de carga si es carga real o equivalente.

c) (3 puntos) Carga Q_3 que hay en la esfera externa. Si quitamos el generador V_0 y conectamos la esfera externa a potencial nulo (masa). ¿Qué carga total queda en dicha esfera? ¿Dónde se distribuye?

